

怀铁一中 2022 届高三数学复习试题（九）

一、**选择题**：本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知角 θ 的终边过点 $P(12, -5)$ ，则 $\cos \theta$ 的值为

- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $-\frac{5}{13}$ D. $-\frac{12}{13}$

2. 问题：①有 1000 个乒乓球分别装在 3 个箱子内，其中红色箱子内有 500 个，蓝色箱子内有 200 个，黄色箱子内有 300 个，现从中抽取一个容量为 100 的样本；②从 30 名志愿者中选出 3 名参加某项志愿者活动.方法：I. 简单随机抽样法；II. 系统抽样法；III. 分层抽样法. 其中问题与方法能配对的是

- A. ① I, ② II B. ① III, ② I C. ① II, ② III D. ① III, ② II

3. 在一次随机试验中，彼此互斥的事件 A, B, C, D 的概率分别是 0.1, 0.2, 0.3, 0.4，则下列说法正确的是

- A. A+B 与 C 是互斥事件，也是对立事件 B. B+C 与 D 不是互斥事件，但是对立事件
C. A+C 与 B+D 是互斥事件，但不是对立事件 D. B+C+D 与 A 是互斥事件，也是对立事件

4. 已知向量 $\vec{a} = (k, 3)$ ， $\vec{b} = (1, 4)$ ， $\vec{c} = (2, 1)$ ，且 $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{c}$ ，则实数 k 的值为

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

5. 已知甲、乙两组数据用茎叶图表示如图所示，若它们的中位

数相同，平均数也相同，则图中的 m, n 的比值 $\frac{m}{n}$ 等于

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

甲		乙
7	2	n
9	3	2 4 8

6. 已知变量 x 与 y 负相关，且由观测数据算得样本平均数 $\bar{x} = 2, \bar{y} = 2.5$ ，则由该观测数据算得的线性回归方程可能是

- A. $\hat{y} = 0.4x + 1.7$ B. $\hat{y} = 2x - 1.2$
C. $\hat{y} = -3x + 7.5$ D. $\hat{y} = -2x + 6.5$

7. 在 $\triangle ABC$ 中， $\cos A \cos B > \sin A \sin B$ ，则 $\triangle ABC$ 为

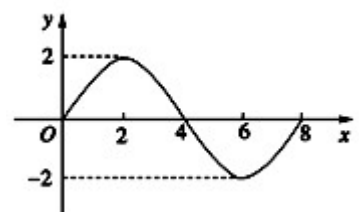
- A. 锐角三角形 B. 钝角三角形 C. 等腰三角形 D. 直角三角形

8. 将函数 $f(x) = \sin(ax + \frac{\pi}{4})$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位，所得到的函数图象关于 y

轴对称，则函数 $f(x)$ 的最小正周期不可能是

- A. $\frac{\pi}{9}$ B. $\frac{\pi}{5}$ C. π D. 2π

9. 如图是函数 $f(x) = A \sin \omega x$ ($A > 0, \omega > 0$) 一个周期的图象，则



$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+f(6)$ 的值等于

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $2+\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

10. 若 $\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin(\beta - \alpha) = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 且 $\alpha \in [\frac{\pi}{4}, \pi]$, $\beta \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$, 则 $\alpha + \beta$ 的值是()

- A. $\frac{7\pi}{4}$ B. $\frac{9\pi}{4}$ C. $\frac{5\pi}{4}$ 或 $\frac{7\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{4}$ 或 $\frac{9\pi}{4}$

11. 已知 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 且满足 $|\vec{OB} - \vec{OC}| = |\vec{OB} + \vec{OC} - 2\vec{OA}|$, 则 $\triangle ABC$ 为

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形 C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

12. 已知 $|\vec{OA}| = 1, |\vec{OB}| = \sqrt{3}, \vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$, 点 C 在 $\angle AOB$ 内, 且 $\angle AOC = 30^\circ$. 设

$\vec{OC} = m\vec{OA} + n\vec{OB} (m, n \in R)$, 则 $\frac{m}{n}$ 的值为

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二. 填空题 (每小题 5 分, 共计 20 分. 请把答案填在答题卡上的相应横线上.)

13. 已知 $\tan \alpha = -2, \tan(\alpha + \beta) = \frac{1}{7}$, 则 $\tan \beta$ 的值为_____.

14. 一个总体的 500 个个体编号为 000, 001, 002, 003, ..., 499 现需要从中抽取一个容量为 7 的样本, 请从随机数表的第 7 行第 2 列开始, 依次向左, 到最左一列转下一行最右一列开始, 直到取足样本, 则抽取的样本的号码依次为_____. (下面摘取了随机数表第 7 行至第 9 行)

84 42 17 53 31 57 24 55 06 88 77 04 74 47 67 21 76 33 50 25 83 92 12 06

63 01 63 78 59 16 95 56 67 19 98 10 50 71 75 12 86 73 58 07 44 39 52 38

33 21 12 34 29 78 64 56 07 82 52 42 07 44 38 15 51 00 13 42 99 66 02 79

15. 在 $[-\pi, \pi]$ 上, 满足 $\sin x \leq \frac{1}{2}$ 的 x 的取值范围是_____.

16. 给出下列四个命题:

① 正切函数 $y = \tan x$ 在定义域内是增函数;

② 若函数 $f(x) = 3\cos(2x + \frac{\pi}{6})$, 则对任意的实数 x 都有 $f(\frac{5\pi}{12} + x) = f(\frac{5\pi}{12} - x)$;

③函数 $f(x) = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$ 的最小正周期是 π ;

④ $y = \cos(-x)$ 与 $y = \cos|x|$ 的图象相同.

以上四个命题中正确的有_____ (填写所有正确命题的序号)

三. 解答题: 本大题共 6 个小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分 10 分)

已知不共线的向量 \vec{a}, \vec{b} , $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{a}) = 1$.

(I) 求 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角的余弦值;

(II) 求 $|\vec{a} - \vec{b}|$.

18. (本小题满分 12 分)

已知 $f(\alpha) = \frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + 3\sin(\pi - \alpha)}{\cos(2\pi - \alpha) - \sin(-5\pi + \alpha)}$.

(I) 化简 $f(\alpha)$;

(II) 已知 $\tan \alpha = 3$, 求 $f(\alpha)$ 的值.

19.(本小题满分 12 分)

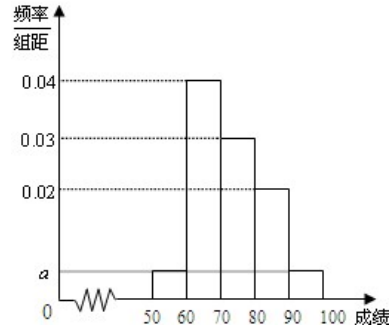
某校准备从高一年级的两个男生 A, B 和三个女生 a, b, c 中选择 2 个人去参加一项比赛.

(I) 若从这 5 个学生中任选 2 个人, 求这 2 个人都是女生的概率;

(II) 若从男生和女生中各选 1 个人, 求这 2 个人包括 A , 但不包括 a 的概率.

20.(本小题满分 12 分)

某校 500 名学生期中考试数学成绩的频率分布直方图如图所示, 其中成绩分组区间分别是 $[50,60)$, $[60,70)$, $[70,80)$, $[80,90)$, $[90,100]$.



(I) 求图中 a 的值;

(II) 根据频率分布直方图, 估计这 500 名学生数学成绩的平均分;

(III) 若这 500 名学生数学成绩某些分数段的人数 x 与语文成绩相应分数段的人数 y 之比如下表所示, 求语文成绩在 $[50,90)$ 之外的人数.

分数段	$[50,60)$	$[60,70)$	$[70,80)$	$[80,90)$
$x:y$	1:1	2:1	3:4	4:5

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 4 \sin x \cos(x - \frac{\pi}{3}) - \sqrt{3}$.

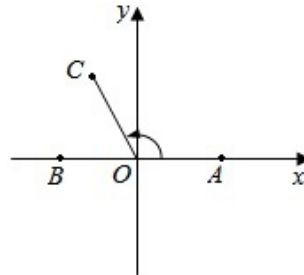
(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间;

(II) 若方程 $f(x) = m$ 在 $(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{3})$ 有两个不同的实根, 求 m 的取值范围.

22.(本小题满分 12 分)

如图, 已知点 $A(1,0)$ 和点 $B(-1,0)$, $|\overline{OC}| = 1$,

且 $\angle AOC = \alpha$, 其中 O 为坐标原点.



(I) 若 $\alpha = \frac{3}{4}\pi$, 设点 D 为线段 OA 上的动点, 求 $|\overline{OC} + \overline{OD}|$ 的最小值;

(II) 若 $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$, 向量 $\vec{m} = \overrightarrow{BC}$, $\vec{n} = (1, 1 + \cos \alpha)$, 求 $\vec{m} \cdot \vec{n}$ 的最小值及对应的 α 的值.

高一数学参考答案与评分细则

一. 选择题 (5 分×12=60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	B	D	A	A	D	B	B	D	A	B	B

二. 填空题:

13. 191 ; 14. 3; 15. $[-\pi, \frac{\pi}{6}] \cup [\frac{5\pi}{6}, \pi]$; 16. ②③④.

三. 解答题

17 解: (I) 设 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 θ , $\because \vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{a}) = 1 \therefore \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a}^2 = 1 \dots\dots\dots 1$ 分

又 $|\vec{a}| = 2$ 可得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \dots\dots\dots 2$ 分

$$\therefore \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{5}{2 \times 3} = \frac{5}{6} \dots\dots\dots 5$$
 分

(II) $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} - \vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2} \dots\dots\dots 7$ 分
 $= \sqrt{3} \dots\dots\dots 10$ 分

18 解: (I) $f(\alpha) = \frac{-\cos \alpha + 3 \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} = \frac{3 \sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} \dots\dots\dots 6$ 分

(化简对一个给 1 分, 两个 3 分, 三个 4 分, 四个 6 分)

(II) $\because f(\alpha) = \frac{3 \sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{3 \tan \alpha - 1}{\tan \alpha + 1} \dots\dots\dots 10$ 分

又 $\tan \alpha = 3 \therefore f(\alpha) = 2 \dots\dots\dots 12$ 分

19 解: (I) 由题意知, 从 5 个学生中任选 2 个人, 其所有可能的结果组成的基本事件有 $\{A, B\}, \{A, a\}, \{A, b\}, \{A, c\}, \{B, a\}, \{B, b\}, \{B, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$,

共 10 个 $\dots\dots\dots 3$ 分

所选 2 个人都是女生的事件所包含的基本事件有 $\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$, 共 3 个 $\dots\dots 5$ 分

则所求事件的概率为 $P = \frac{3}{10} \dots\dots\dots 6$ 分

法二: $P = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$

(II) 从男生和女生中各选 1 个人, 其所有可能的结果组成的基本事件有 $\{A, a\}, \{A, b\},$

$\{A, c\}, \{B, a\}, \{B, b\}, \{B, c\}$, 共 6 个 $\dots\dots\dots 9$ 分

包括 A ，但不包括 a 的事件所包含的基本事件有 $\{A, b\}$ ， $\{A, c\}$ ，共 2 个……11 分

则所求事件的概率为 $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ……12 分

法二：
$$P = \frac{C_1^1 C_2^1}{C_2^1 C_3^1} = \frac{1}{3}$$

20 解：（I）依题意得， $10(2a + 0.02 + 0.03 + 0.04) = 1$ ，解得 $a = 0.005$ ……3 分

（II）这 500 名学生数学成绩的平均分为

$$55 \times 0.05 + 65 \times 0.4 + 75 \times 0.3 + 85 \times 0.2 + 95 \times 0.05 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$
$$= 73 \text{ (分)} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

（III）语文成绩在 $[50, 60)$ 的人数为 $500 \times 0.05 = 25$ ，

语文成绩在 $[60, 70)$ 的人数为 $500 \times 0.4 \times \frac{1}{2} = 100$ ，

语文成绩在 $[70, 80)$ 的人数为 $500 \times 0.3 \times \frac{4}{3} = 200$ ，

语文成绩在 $[80, 90)$ 的人数为 $500 \times 0.2 \times \frac{5}{4} = 125$ ， ……11 分

所以语文成绩在 $[50, 90)$ 之外的人数为 $500 - 25 - 100 - 200 - 125 = 50$ ……12 分

21 解：（I） $f(x) = 4 \sin x \cos(x - \frac{\pi}{3}) - \sqrt{3} = 4 \sin x (\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x) - \sqrt{3}$

$$= 2 \sin x \cos x + 2\sqrt{3} \sin^2 x - \sqrt{3} = \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{3}) \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

所以 $f(x)$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ……4 分

$$\text{由 } -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z \quad \text{得 } -\frac{\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in Z$$

所以 $f(x)$ 的单调递增区间是 $[-\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi], k \in Z$ ……6 分

（II）令 $t = 2x - \frac{\pi}{3}$ ，因为 $x \in (\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{3})$ ，所以 $t \in (\frac{2\pi}{3}, 3\pi)$ ……8 分

即方程 $2 \sin t = m$ 在 $t \in (\frac{2\pi}{3}, 3\pi)$ 有两个不同的实根，由函数 $y = 2 \sin t$ 的图象可知，当

$m \in (-2, 0] \cup [\sqrt{3}, 2)$ 时满足题意，所以 m 的取值范围为 $(-2, 0] \cup [\sqrt{3}, 2)$ ……12 分

22 解：（I）设 $D(m, 0)$ ($0 \leq m \leq 1$)，又 $C(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ，

$$\text{所以 } \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = (-\frac{\sqrt{2}}{2} + m, \frac{\sqrt{2}}{2}) \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$|\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}|^2 = \frac{1}{2} - \sqrt{2}m + m^2 + \frac{1}{2} = m^2 - \sqrt{2}m + 1 = (m - \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + \frac{1}{2} \quad (0 \leq m \leq 1) \dots\dots 4 \text{ 分}$$

所以当 $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, $|\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}|$ 取得最小值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

(II) 由题意得 $C(\cos \alpha, \sin \alpha) \quad \alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\vec{m} = \overrightarrow{BC} = (\cos \alpha + 1, \sin \alpha)$,

则 $\vec{m} \cdot \vec{n} = \cos \alpha + 1 + \sin \alpha + \sin \alpha \cos \alpha = \sin \alpha + \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + 1 \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

令 $t = \sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$, 因为 $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$, 所以 $t \in [1, \sqrt{2}]$

又 $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{t^2 - 1}{2}$, 所以 $\vec{m} \cdot \vec{n} = t + \frac{t^2 - 1}{2} + 1 = \frac{1}{2}(t + 1)^2$, $t \in [1, \sqrt{2}] \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

所以当 $t = 1$ 时, $\vec{m} \cdot \vec{n}$ 取得最小值, 即 $\sqrt{2} \sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = 1$, 解得 $\alpha = 0$ 或 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ $\dots\dots\dots 11 \text{ 分}$

所以当 $\alpha = 0$ 或 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时, $\vec{m} \cdot \vec{n}$ 取得最小值 2. $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$